

2 広域 CFD 解析の理論式

2.1 解析モデル

2.1.1 数値解析コードの概要

数値解析コードの概要を表 2 に示す。乱流モデルには工学分野で実績がある標準型 2 方程式モデル ($k-\varepsilon$ モデル) を採用し、広域問題に適用するため、温位、コリオリ力、水蒸気による乱れ効果を CFD モデルに組み入れている。地面の起伏および建物の配置形状を効率良く取り扱うため FAVOR (Fractional-Area-Volume Obstacle Representation) 法³¹⁾を導入している。

2.1.2 基礎方程式

圧縮性流体 (低マッハ数流れを主とする) を対象とする標準 $k-\varepsilon$ モデルの基礎方程式を示す。

[1]連続の式

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j) = 0 \quad (1)$$

[2]運動量輸送方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = & - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \bar{\rho} g_i \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mu_T = \bar{\rho} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

[3]エネルギー輸送方程式

$$\begin{aligned} C_p \left(\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{T}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{T}}{\partial x_j} \right) = & \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\lambda + \lambda_T) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\lambda_T = \frac{C_p \mu_T}{Pr_T} \quad (5)$$

表 2 数値解析コードの概要

項目	内容
対象流れ場	密度変化を伴う混合気体の低 Mach 数流れ
基礎方程式系	<ul style="list-style-type: none"> ・質量保存方程式 ・運動量輸送方程式 (浮力、コリオリ力、樹木抗力を考慮。) ・エネルギー輸送方程式 (温位で定式化。人工熱や壁面等からの顕熱放散を考慮。) ・水蒸気の輸送方程式 (比湿で定式化。人工熱や壁面等からの潜熱放散を考慮。) ・乱流エネルギー k の輸送方程式 (浮力、湿気、樹木による乱れの生成を考慮。) ・乱流エネルギー散逸率 ε の輸送方程式 (浮力、湿気、樹木による乱れの散逸を考慮。) <p>※格子解像度以下の物体影響を考慮する為に、全ての方程式は FAVOR 法により定式化がなされている。</p>
乱流モデル	標準 $k-\varepsilon$ モデル
座標系	3次元直交座標系
計算格子	スタガード格子
離散化法	有限差分法
空間離散化法	1次精度風上差分 (移流項)、2次精度中心差分 (移流項以外)
時間離散化法	完全陰解法
行列解法	AMG-CG 法、BiCGSTAB 法

[4]理想気体の状態方程式

$$\bar{P} = \bar{\rho} \tilde{R} \tilde{T} \quad (6)$$

[5] $k-\varepsilon$ 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}k\tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (7)$$

$$+ P_k + G_k - \bar{\rho}\varepsilon$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\varepsilon\tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (8)$$

$$+ \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k + C_{\varepsilon 3} \max[0, G_k] - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho}\varepsilon)$$

$$P_k = \left[\mu_T \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \right] \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (9)$$

$$G_k = \frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{g_i}{\tilde{T}} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \quad (10)$$

物理量 $\xi(\mathbf{x}, t)$ のアンサンブル平均 $\bar{\xi}(\mathbf{x}, t)$ は、

$$\bar{\xi}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi_N(\mathbf{x}, t) \quad (11)$$

と定義される。ここで、 $\xi_N(\mathbf{x}, t) (n=1, 2, \dots, N)$ は、

同一と見なされる実験条件で繰り返し観測を行ったときに得られる N 個の観測データである。ただし、アンサンブル平均が意味を持つためには平均値が N に依存しない位多くの観測データが必要である。物理量 ξ のアンサンブル

平均からの変動を ξ' とすると、

$$\xi = \bar{\xi} + \xi' \quad (12)$$

と分解できる。このように物理量をその平均と平均からの変動に分解する操作を Reynolds 分解と呼ぶ。定義より変動量 ξ' のアンサンブル平均はゼロとなる。

$$\bar{\xi}' = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\xi_N - \bar{\xi}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi_N - \bar{\xi} \equiv 0 \quad (13)$$

また、物理量 ζ を用いて次の関係が成り立つ。

$$\overline{\xi\zeta'} = 0, \quad \overline{\xi\zeta} = \overline{\xi}\overline{\zeta}, \quad \overline{\xi + \zeta} = \overline{\xi} + \overline{\zeta} \quad (14)$$

圧縮性流体の場合、密度による重みを考慮した Favre 平均²³⁾を用いるのが簡便である。物理量 ξ の Favre 平均 $\tilde{\xi}$ は

$$\tilde{\xi} = \frac{\overline{\rho\xi}}{\bar{\rho}} \quad (15)$$

と定義される。物理量 ξ の Favre 平均からの変動は ξ'' で表すことにする。

$$\xi = \tilde{\xi} + \xi'' \quad (16)$$

ここで、変動量 ξ'' のアンサンブル平均は一般にゼロとはならないが、密度 ρ を乗じたアンサンブル平均はゼロになる。

$$\overline{\xi''} \neq 0, \quad \overline{\rho\xi''} \equiv 0 \quad (17)$$

2. 1. 3 温位の組み込み

建物を解像した CFD 解析で温位を考慮した事例はほとんど見られないが、今回の解析領域は鉛直方向数百 m に達し、気温低減率により数℃の変化を来すため、メソスケールモデルの情報を CFD 側に取り込む上で圧力影響は無視できないと考えられる。そこで、温度で表現したエネルギー輸送方程式を、圧力を含む形式に一旦書き換えた上で、エクスナー関数を適用することにより、温位によるエネルギー輸送方程式の定式化を行う。

温位 θ は次式のように定義される。

$$\theta = T / P \quad (18)$$

ここで、 P は Exner 関数で、

$$P = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R}{C_p}} \quad (19)$$

式(18)、(19)より、

$$\frac{dT}{T} = \frac{dP}{P} + \frac{d\theta}{\theta} = \frac{R}{C_p} \frac{dp}{p} + \frac{d\theta}{\theta} \quad (20)$$

となるから、状態方程式

$$p = \rho RT \quad (21)$$

を利用すると、

$$\frac{dT}{T} = \frac{dp}{\rho C_p T} + \frac{d\theta}{\theta} \quad (22)$$

が与えられる。これより、熱力学第1法則

$$\rho C_p dT - dp = 0 \quad (23)$$

は次のように書き換えられる。

$$\rho C_p P d\theta = 0 \quad (24)$$

したがって、式(4)は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} C_p \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{\theta}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{\theta} \tilde{u}_j) \right] \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\lambda + \frac{C_p \mu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

ただし、乱流による温位変動と速度変動の相関項は次のように定式化した。

$$-\overline{\rho \theta'' u_j''} = \frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_j} \quad (26)$$

2. 1. 4 コリオリ力の組み込み

回転座標系上で移動した際に移動方向と垂直な方向に移動速度に比例した大きさで慣性力を受ける。これはコリオリ力とも呼ばれ、次式で表される。

$$F_{ci} = -\rho f \varepsilon_{i3k} u_k \quad (27)$$

ここで、 F_{ci} : コリオリ力 [$\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-2}$]、 f : コリ

オリパラメータ [s^{-1}]、 ρ : 密度 [kgm^{-3}]、 ε_{ijk} :

エディントンのイプシロン[-]、 \mathbf{u} : 速度 [ms^{-1}]である。回転流体のCFD解析ではコリオリ力を考慮した事例が見られる³²⁾³³⁾が、建築、街区スケールのCFD解析ではこの効果は無視されることが多い。今回の解析領域は都市スケールであることから気象モデルと同様に地球の自転に伴うコリオリ力を考慮した計算を行う。

2. 1. 5 熱および湿気による乱れ生成

水蒸気が関わる浮力効果については気象分野では仮温位を用いる方法が一般的である。近藤らは非圧縮性流体のCFD解析における水蒸気

による浮力効果の検討を行っている³⁴⁾。

本報告では圧縮性流体のCFD解析における熱および湿気による乱れ生成の整理を試みる。気体各成分について理想気体の状態方程式

$$p_a = \rho_a R_a T \quad (\text{乾燥空気}) \quad (28)$$

$$p_v = \rho_v R_v T \quad (\text{水蒸気}) \quad (29)$$

を仮定し、気圧 p は

$$p = p_a + p_v \quad (30)$$

気体定数 R_a 、 R_v は、普遍気体定数 R_0 とそれぞれの分子量 M_a 、 M_v から

$$R_a = R_0 / M_a \quad (31)$$

$$R_v = R_0 / M_v \quad (32)$$

としている。密度 ρ は

$$\rho = \rho_a + \rho_v \quad (33)$$

であるので、比湿を q とすると、以上の関係から

$$p = \rho \left[(1-q) / M_a + q / M_v \right] R_0 T \quad (34)$$

が得られる。

エネルギー式から気温 T 、水蒸気の質量保存式から比湿 q 、連続式から導出される圧力のポアソン方程式から気圧 p がそれぞれ計算されるので、式(34)から密度 ρ が計算される。この方法によると、実質SIMPLEC法(後退差分)により音波の発生を抑制して数値的安定が得られていることになる。一方、圧力の鉛直分布を指数関数で近似して実質的に等圧場として取り扱う方法も提案されている³⁵⁾。

乱流エネルギー k の方程式は元の運動量輸送方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \rho g_i \end{aligned} \quad (35)$$

と平均流の運動量輸送方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho\tilde{u}_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho\tilde{u}_i\tilde{u}_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i''u_j''}) \\ &= -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \bar{\rho}g_i \end{aligned} \quad (36)$$

とから導出することができる。

運動量輸送方程式(35)の両辺に u_i を乗じ、 i について1から3まで和を取ると、

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho K) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho K u_j) = u_i S_i \quad (37)$$

ここで、 S_i は圧力項、粘性項および重力項を表す。

$$S_i = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \rho g_i \quad (38)$$

同様に、平均流の運動量輸送方程式(36)の両辺に \tilde{u}_i を乗じ、 i について1から3まで和を取ると、

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho\hat{K}}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho\hat{K}\tilde{u}_j}) + \tilde{u}_i \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i''u_j''}) = \tilde{u}_i \bar{S}_i \quad (39)$$

以上で、 K および \hat{K} はそれぞれ運動エネルギーおよび平均流の運動エネルギーである。

$$K = \frac{1}{2} u_i u_i, \quad \hat{K} = \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i \quad (40)$$

運動エネルギー式(37)から平均流の運動エネルギー式(39)を引き、式全体にアンサンブル平均を施すと乱流エネルギー k の方程式が得られる。

浮力による乱流エネルギーの生成項は圧力項から次のように導出される。圧力項については、

$$\begin{aligned} u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} - \tilde{u}_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} &= \tilde{u}_i \frac{\partial p'}{\partial x_i} + u_i'' \frac{\partial p}{\partial x_i} = u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_i} + u_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{p'u_i''}) - p' \frac{\partial u_i''}{\partial x_i} + u_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \\ &\approx \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{p'u_i''}) + u_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (41)$$

ここで、非圧縮性流れの場合には $\partial u_i''/\partial x_j = 0$ として消去される項は近似的にゼロとした。圧力勾配を静水圧分布とそれからの差分に分けて考えると

$$\begin{aligned} u_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} &= \overline{\rho u_i'' g_i} + u_i'' \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \bar{\rho} g_i \right) \\ &\approx (\rho - \rho') u_i'' g_i = -g_i \overline{\rho' u_i''} \end{aligned} \quad (42)$$

と近似できる。式(42)で表される項 $-g_i \overline{\rho' u_i''}$ が浮力による乱流エネルギーの生成項である。浮力による生成項には密度変動と速度変動の相関項が現われるので、状態方程式を用いて温度変動と速度変動の相関項および濃度変動と速度変動の相関項に置き換える。状態方程式は次のように表される。

$$\frac{P}{P} = \rho R \theta, \quad R = \sum_s \frac{R_o}{M_s} Y_s, \quad P = (p/p_0)^{R/C_p} \quad (43)$$

低 Mach 数流れの場合、圧力変動が密度変動に与える影響は微小と見なせるので、式(43)から、

$$\bar{\rho} \tilde{R} \tilde{\theta}'' + \bar{\rho} R'' \tilde{\theta} + \rho' \tilde{R} \tilde{\theta} \approx 0 \quad (44)$$

が与えられる。ただし、2次相関項は無視した。また、

$$\tilde{R} = \sum_s \frac{R_o}{M_s} \tilde{Y}_s, \quad R'' = \sum_s \frac{R_o}{M_s} Y_s'' \quad (45)$$

である。式(44)に $g_i u_i''$ を乗じてアンサンブル平均を取ると、浮力による生成項は次のように表される。

$$\begin{aligned} g_i \overline{\rho' u_i''} &\approx -g_i \frac{\bar{\rho}}{\tilde{\theta}} \overline{\theta'' u_i''} - g_i \frac{\bar{\rho}}{\tilde{R}} \sum_s \frac{R_o}{M_s} \overline{Y_s'' u_i''} \\ &\approx \frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{g_i}{\tilde{\theta}} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_i} + \frac{\mu_T}{Sc_T} \frac{g_i}{\tilde{R}} \sum_s \frac{R_o}{M_s} \frac{\partial \tilde{Y}_s}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (46)$$

式(46)の最後の式に現れる第1項が熱による乱れ生成項、第2項が湿気による乱れ生成項となる。

2. 1. 6 格子解像度以下の物体認識

都市域の複雑な地形や建物幾何形状に沿って忠実に解析セルを設定することは実際には困難である。そこで、水平方向に均一な格子配置を考え、格子解像度以下の物体については流

体の体積占有率 G_v として取り扱う FAVOR 法³¹⁾

により、基礎方程式を導入し、温位、コリオリ力、湿気による乱れ生成についても考慮し、次のように表した。

[1]連続の式

$$G_v \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} \tilde{u}_j) = 0 \quad (47)$$

[2]運動量輸送方程式

$$\begin{aligned} G_v \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = & -G_v \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[G_j (\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \\ & + G_v \bar{\rho} g_i - G_v \bar{\rho} f_{i3k} \tilde{u}_k \end{aligned} \quad (48)$$

[3]エネルギー輸送方程式

$$\begin{aligned} C_p \left[G_v \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{\theta}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} \tilde{\theta} \tilde{u}_j) \right] \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[G_j \left(\lambda + \frac{C_p \mu_T}{\text{Pr}_T} \right) \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (49)$$

[4] $k-\varepsilon$ 方程式

$$\begin{aligned} G_v \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} k \tilde{u}_j) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[G_j \left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_v (P_k + G_k - \bar{\rho} \varepsilon) \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} G_v \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} \varepsilon \tilde{u}_j) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[G_j \left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \\ + G_v \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k + C_{\varepsilon 3} \max[0, G_k] - \bar{\rho} C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \end{aligned} \quad (51)$$

$$\mu_T = \bar{\rho} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (52)$$

$$P_k = \left[\mu_T \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \bar{\rho} \delta_{ij} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (53)$$

$$G_k = \frac{\mu_T}{\text{Pr}_T} \frac{g_i}{\tilde{\theta}} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_i} \quad (54)$$

ここで、 G_v : 計算格子中心での流体の体積占有率[-]、 G_j : 計算格子界面での面開口率[-]。

2. 1. 7 樹木による抗力のモデル化

樹木による抗力の効果は、運動方程式に流体力学的なドラッグ項、 $k-\varepsilon$ の方程式に乱れ増大の項を考慮することでモデル化される。樹木については、吉田らによる樹木の抗力モデル³⁶⁾を導入し、樹木のモデルパラメータは岩田らの設定値を用いた³⁷⁾。運動方程式の付加項は以下の通りである。

$$F_i = a C_d u_i \sqrt{u_j^2} \quad (55)$$

k 、 ε 式の付加項は以下の通りである。

$$F_k = a C_d \left(\sqrt{u_j^2} \right)^3 \quad (56)$$

ここに、 C_d : 樹冠の抵抗係数(0.20)、 a : 樹冠の葉面積密度 [m^2/m^3]である。

2. 1. 8 地物の熱・物質伝達

FAVOR法では解析セル内に格子解像度以下の物体(地盤、都市構造物等の固体)を含むが、これらの表面(地表面および建物の屋上・壁面)からの対流顕熱が発生する。対流顕熱は地表面および建物屋上・壁面の表面温度の固定値および解析セル内の面積から、熱伝達係数によるバルク式で見積もられ、エネルギー輸送方程式のソース項として付加される。対流顕熱の発生に伴うエネルギー輸送方程式の付加項は以下の通りである。

$$\begin{aligned} F_S = \frac{1}{V} \sum [h S_R (T_R - T) + h S_W (T_W - T) \\ + h S_G (T_G - T)] \end{aligned} \quad (57)$$

ここに、 F_S : 対流顕熱 [Wm^{-3}]、 h : 熱伝達係数

$[Wm^{-2}K^{-1}]$ 、 S_R ：建物屋根の表面積 $[m^2]$ 、 S_W ：建物壁面の表面積 $[m^2]$ 、 S_G ：地表面上の建物以外の表面積 $[m^2]$ 、 T_R ：建物屋根の温度 $[K]$ 、 T_W ：建物壁面の温度 $[K]$ 、 T_G ：地表面温度 $[K]$ 、 V ：解析セルの体積 $[m^3]$ 、である。

同様に、蒸発に伴う水蒸気輸送方程式の付加項は以下の通りである。

$$F_L = \frac{L}{V} \sum [h_q S_R (q_R - q) + h_q S_W (q_W - q) + h_q S_G (q_G - q)] \quad (58)$$

ここに、 F_L ：蒸発潜熱 $[W m^{-3}]$ 、 h_q ：物質伝達係数 $[kgm^{-2}s^{-1}]$ 、 q_R ：建物屋根の比湿 $[kgkg^{-1}]$ 、 q_W ：建物壁面の比湿 $[kgkg^{-1}]$ 、 q_G ：地面の比湿 $[kgkg^{-1}]$ 、 q ：大気の比湿 $[kgkg^{-1}]$ 、 L ：蒸発潜熱 $[J kg^{-1}]$ である。

2. 1. 9 人工排熱

人工排熱については解析セル内の人工排熱の発生量を顕熱と潜熱に分けて見積もり、これらをエネルギー輸送方程式、水蒸気輸送方程式の付加項のソース項としてそれぞれ付加する。

2. 1. 10 基礎方程式のまとめ

基礎方程式をまとめると次のようになる。

[1]連続の式

$$G_v \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} \tilde{u}_j) = 0 \quad (59)$$

[2]運動量輸送方程式

$$G_v \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -G_v \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[G_j (\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + G_v \bar{\rho} g_i - G_v \bar{\rho} F_i - G_v \bar{\rho} f \varepsilon_{i3k} \tilde{u}_k \quad (60)$$

$$F_i = a C_d \tilde{u}_i \sqrt{\tilde{u}_j^2} \quad (61)$$

ここで、 f は Coriolis パラメータで $f = 2\Omega \sin \phi$ 。ただし、 $\Omega = 2\pi/86400[rad./s]$ 、緯度 $\phi = 35.4\pi/180[rad.]$ 。また、 a ：葉面積密度 $[=1.5m^2/m^3]$ 、 C_d ：樹冠の抵抗係数 $[=0.2]$ 。

[3]エネルギー輸送方程式

$$C_p \left[G_v \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{\theta}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} \tilde{\theta} \tilde{u}_j) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[G_j \left(\lambda + \frac{C_p \mu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{P} [F_S + Q_S] \quad (62)$$

ここで、 F_S ：対流顕熱 $[W/m^3]$ 、 Q_S ：人工排熱(顕熱) $[W/m^3]$ 、 P ：Exner 関数 $[=(p/p_0)^{R/C_p}]$ 、 Pr_T ：乱流 Prandtl 数 $[=0.9]$ 。

[4]水蒸気輸送方程式

$$G_v \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{q}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} \tilde{q} \tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[G_j \left(\frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_T}{Sc_T} \right) \frac{\partial \tilde{q}}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{L} (F_L + Q_L) \quad (63)$$

ここで、 F_L ：蒸発潜熱 $[W m^{-3}]$ 、 Q_L ：人工排熱(潜熱) $[W m^{-3}]$ 、 L ：蒸発潜熱 $[J kg^{-1}]$ 、 Sc ：Schmidt 数 $[=0.5]$ 、 Sc_T ：乱流 Schmidt 数 $[=0.9]$ 。

[5] $k-\varepsilon$ 方程式

$$G_v \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} k \tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[G_j \left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_v (P_k + G_k - \bar{\rho} \varepsilon + \bar{\rho} \tilde{u}_j F_j) \quad (64)$$

$$G_v \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \bar{\rho} \varepsilon \tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[G_j \left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + G_v \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k + C_{\varepsilon 3} \max[0, G_k] - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \varepsilon + C_{\rho \varepsilon 1} \bar{\rho} \tilde{u}_j F_j) \quad (65)$$

$$\mu_T = \bar{\rho} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (66)$$

$$P_k = \left[\mu_T \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \right] \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (67)$$

$$G_k = \frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{g_i}{\tilde{\theta}} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_i} + \frac{\mu_T}{Sc_T} \frac{g_i}{\tilde{R}} \left(\frac{R_o}{M_v} - \frac{R_o}{M_a} \right) \frac{\partial \tilde{q}}{\partial x_i} \quad (68)$$

ここで、 M_v : 水蒸気の分子量 [kg/mol]、 M_a :

乾燥空気の分子量 [kg/mol]。補正係数 $C_{pe1} = 1.8$ 。

2. 2 差分による数値解析

2. 2. 1 概要

離散化は 3 次元 Cartesian 座標系を用い、基礎方程式は有限差分法による。変数配置は、流速各成分をセル境界面に、密度、温度、圧力などのスカラー量をセル中心に配置するスタガードグリッドを採用した。移流項は 1 次精度風上差分、拡散項は 2 次精度中心差分により離散化した。流れ場の時間積分は、完全陰解法を用いた。

以下に、体積占有率を導入した方程式の離散化と境界条件の扱いについて示す。

2. 2. 2 空間差分

離散化にあたってはセル中心で定義される流体の体積占有率とセル界面で定義される流体の面積占有率を区別して取り扱う。以上で示した各基礎方程式は物理量 ξ を用い、全て以下の形に表すことができる。

$$\begin{aligned} G_v \frac{\partial}{\partial t} (\rho \xi) + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \rho \xi u_j) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(G_j D \frac{\partial \xi}{\partial x_j} \right) + G_v \rho \xi_0 \end{aligned} \quad (69)$$

ここで、 ξ : 物理量、 D : 物理量 ξ の拡散係数、

ξ_0 : 物理量 ξ の発生量

以下では式 (69) に基づいて離散化の要領を説明する。連続式

$$G_v \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \rho u_j) = 0 \quad (70)$$

に物理量 ξ を乗じて式 (69) から引くと、

$$\begin{aligned} G_v \rho \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \rho \xi u_j) - \xi \frac{\partial}{\partial x_j} (G_j \rho u_j) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(G_j D \frac{\partial \xi}{\partial x_j} \right) + G_v \rho \xi_0 \end{aligned} \quad (71)$$

x 方向について式 (71) の移流項を離散化すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta x_i} (G_{x,i+1/2} \xi_{i+1/2} (\rho u)_{i+1/2} - G_{x,i-1/2} \xi_{i-1/2} (\rho u)_{i-1/2}) \\ - \frac{1}{\Delta x_i} \xi_i (G_{x,i+1/2} (\rho u)_{i+1/2} - G_{x,i-1/2} (\rho u)_{i-1/2}) \end{aligned} \quad (72)$$

ここで、 G_v : セル中心で定義される体積占有

率、 G_x : x 軸に垂直なセル界面で定義される面積開口率、である。半整数の形 (例えば $i+1/2$ など) で表記される添字はセル界面で定義されることを表し、整数の形 (例えば i など) で表記される添字はセル中心で定義されることを表す。

拡散項についても同様に次のように離散化される。

$$\frac{1}{\Delta x_i} \left[G_{x,i+1/2} D_{i+1/2} \frac{\xi_{i+1} - \xi_i}{\Delta x_{i+1/2}} - G_{x,i-1/2} D_{i-1/2} \frac{\xi_i - \xi_{i-1}}{\Delta x_{i-1/2}} \right] \quad (73)$$

離散化の要領は y 方向、z 方向も同様である。

2. 2. 3 FAVOR 法に対応した拡散項の離散化

FAVOR 法において図 4 の状態では、構造物 (建物、地面) の表面と格子線が近接するため、これを含む解析セルでは流体の体積占有率 G_v が小さくなっている。簡単のため、格子幅 Δx はセル 1、セル 2 で同じとし、y 方向の熱伝導フラックスは省略した。さらに、固体近傍である

ことから流速はほぼゼロと見なし、移流等はゼロとする。すると、セル1におけるエネルギー方程式は次のような形に書ける。

$$\lambda \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} + Q_{s,1} \Delta x = 0 \quad (74)$$

ここで、 T_1 および T_2 はセル1およびセル2の温度[K]、 $Q_{s,1}$ はセル1におけるセル体積当たりの発熱量[W/m³]である。

熱がこもる現象を回避するに当たり、熱伝導を促進するために、例えば流体の体積占有率 $G_{v,1}$ を用いて熱伝導係数をバルク補正する方法が考えられる。

$$\frac{\lambda}{G_{v,1}} \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} + Q_{s,1} \Delta x = 0 \quad (75)$$

これは、

$$\lambda \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} + G_{v,1} Q_{s,1} \Delta x = 0 \quad (76)$$

と書き直すことができ、発熱量 $Q_{s,1}$ に流体の体積占有率 $G_{v,1}$ を乗じて発熱量を削減する操作とも言えそうである(実際は他項が存在するので、そうはならない)。さて、式(76)は熱伝導フラックスを $1/G_{v,1}$ 倍しているが、セル2の側でも同じフラックスとするためには、

$$\frac{\lambda}{\min[G_{v,1}, G_{v,2}]} \cdot \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} + Q_{s,1} \Delta x = 0 \quad (77)$$

と言うような形にならなければいけない。小さなセル1をセル2に「同化」させるため、人工拡散を付加しているような処理になるが、式(77)を別の観点から整理すると次のようになる。

図4をx方向の1次元熱伝導方程式の系と考えると、セル1、セル2の実質的な格子幅 Δx_1 、 Δx_2 は次のように見なすことができる。

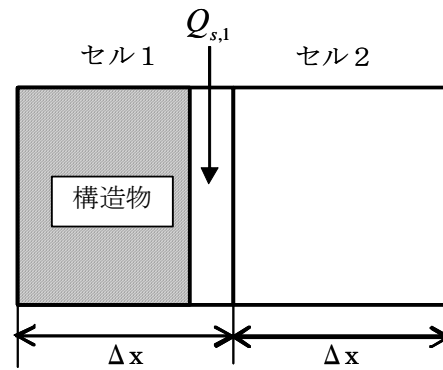


図4 体積占有率が小さくなる典型例

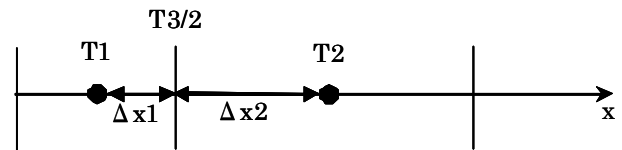


図5 実質的な格子

$$\Delta x_1 = G_{v,1} \cdot \Delta x \quad (78)$$

$$\Delta x_2 = G_{v,2} \cdot \Delta x$$

図4のイメージでは、 $G_{v,1} \ll G_{v,2}(=1)$ 、すなわち、 $\Delta x_1 \ll \Delta x_2 (= \Delta x)$ である。以下では、表記の簡単のため、格子幅 Δx_1 、 Δx_2 はセル界面と各セル中心の距離として定義する(すなわち、以上の議論における定義の半分)。

図5に示すセルの界面における温度勾配 $(\partial T / \partial x)_{3/2}$ の評価は通常、Taylor展開、

$$T_1 = T_{3/2} - \Delta x_1 \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{3/2} + O(\Delta x^2) \quad (79)$$

$$T_2 = T_{3/2} + \Delta x_2 \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{3/2} + O(\Delta x^2) \quad (80)$$

から、次のように1次精度で近似される。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{3/2} = \frac{T_2 - T_1}{\Delta x_1 + \Delta x_2} + O(\Delta x) \quad (81)$$

今、セル界面における温度 $T_{3/2}$ が別途既知であるとすると、同様にTaylor展開、

$$T_1 = T_{3/2} - \Delta x_1 \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{3/2} + \frac{\Delta x_1^2}{2} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)_{3/2} + O(\Delta x^3) \quad (82)$$

$$T_2 = T_{3/2} + \Delta x_2 \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{3/2} + \frac{\Delta x_2^2}{2} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)_{3/2} + O(\Delta x^3) \quad (83)$$

から、次のように2次精度の近似式が導かれる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{3/2} &= \frac{\Delta x_1 \Delta x_2}{\Delta x_1 + \Delta x_2} \left(\frac{T_{3/2} - T_1}{\Delta x_1^2} + \frac{T_2 - T_{3/2}}{\Delta x_2^2} \right) \\ &\quad + O(\Delta x^2) \\ &= \frac{1}{\Delta x_1 + \Delta x_2} \left(\Delta x_2 \frac{T_{3/2} - T_1}{\Delta x_1} + \Delta x_1 \frac{T_2 - T_{3/2}}{\Delta x_2} \right) \\ &\quad + O(\Delta x^2) \end{aligned} \quad (84)$$

セル界面における温度 $T_{3/2}$ を Taylor 展開、式(79)(80)から、

$$T_{3/2} = \frac{T_1 \Delta x_2 + T_2 \Delta x_1}{\Delta x_1 + \Delta x_2} + O(\Delta x^2) \quad (85)$$

と近似した結果(線形内挿)を式(84)に代入すると、式(81)になる。温度 $T_{3/2}$ に対する別の評価を考えて見る。例えば、セル1の中心からセル2の中心までの区間において、積分値に関して、

$$\int_{-\Delta x_1}^{\Delta x_2} T(x) dx = T_1 \Delta x_1 + T_2 \Delta x_2 \quad (86)$$

が成り立つと考える。セル中心から界面まではそれぞれに線形な変化を仮定すると、左辺の積分値は次のように評価できる。

$$\int_{-\Delta x_1}^{\Delta x_2} T(x) dx = \Delta x_1 \frac{T_1 + T_{3/2}}{2} + \Delta x_2 \frac{T_{3/2} + T_2}{2} \quad (87)$$

式(86)および式(87)より、

$$T_{3/2} = \frac{T_1 \Delta x_1 + T_2 \Delta x_2}{\Delta x_1 + \Delta x_2} \quad (88)$$

となる。式(88)を式(84)に代入すると、次式が与えられる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{3/2} &= \frac{1}{\Delta x_1 + \Delta x_2} \left(\frac{\Delta x_2^2}{\Delta x_1} + \frac{\Delta x_1^2}{\Delta x_2} \right) \frac{T_2 - T_1}{\Delta x_1 + \Delta x_2} \\ &= \frac{\Delta x_1^3 + \Delta x_2^3}{\Delta x_1 \Delta x_2 (\Delta x_1 + \Delta x_2)} \cdot \frac{T_2 - T_1}{\Delta x_1 + \Delta x_2} \end{aligned} \quad (89)$$

式(89)を式(81)と比較すると、次式で表される因子 η が掛かっていることがわかる。

$$\eta(\Delta x_1, \Delta x_2) = \frac{\Delta x_1^3 + \Delta x_2^3}{\Delta x_1 \Delta x_2 (\Delta x_1 + \Delta x_2)} \quad (90)$$

式(78)を式(90)に代入すれば、

$$\eta(G_{v,1}, G_{v,2}) = \frac{G_{v,1}^3 + G_{v,2}^3}{G_{v,1} G_{v,2} (G_{v,1} + G_{v,2})} \quad (91)$$

となる。ここで、 $r = G_{v,1}/G_{v,2}$ とおくと、

$$\eta = \frac{G_1^3 + G_2^3}{G_1 G_2 (G_1 + G_2)} = \frac{1}{r} \cdot \frac{1+r^3}{1+r} \quad (92)$$

となり、その値をまとめると、表3のようになる。式(92)から示されるように、流体の体積占有率の比 $G_{v,1}/G_{v,2}$ が1からずれる程、温度勾配

の評価に $1/G$ に相当する補正が行われ、最初に示した式(77)に相当する熱伝導フラックスが与えられることになる。式(91)に示した因子 η をエネルギー輸送方程式の熱伝導項および水蒸気輸送方程式の拡散項で考慮する。

表3 熱伝導率の補正值 η と実質的な格子幅の比 r の対応

		$r = G_{v,1}/G_{v,2} \quad \eta = (1+r^3)/r/(1+r)$								
r	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
η	9.10	4.20	2.63	1.90	1.50	1.27	1.13	1.05	1.01	1.00

2. 2. 4 時間差分

完全陰解法の説明のため、流体の体積占有率等に関する記述を省略し、以下の表記にて基礎方程式を再掲する。

[1]連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (93)$$

[2]運動量輸送方程式

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + R_{ui} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (94)$$

[3]エネルギー輸送方程式

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + R_\theta = 0 \quad (95)$$

[4]水蒸気輸送方程式

$$\frac{\partial q}{\partial t} + R_q = 0 \quad (96)$$

[5] $k-\varepsilon$ 方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t} + R_k = 0 \quad (97)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + R_\varepsilon = 0 \quad (98)$$

エネルギー輸送方程式および水蒸気輸送方程式を、時間後退差分を用いて離散化する(Euler陰解法)。

$$\left[\frac{1}{\Delta t} + \left(\frac{\partial R_\theta}{\partial T} \right)^n \right] \Delta^n \theta = -R_\theta^n \quad (99)$$

$$\left[\frac{1}{\Delta t} + \left(\frac{\partial R_q}{\partial q} \right)^n \right] \Delta^n q = -R_q^n \quad (100)$$

$$\Delta^n \theta = \theta^{n+1} - \theta^n, \quad \Delta^n q = q^{n+1} - q^n \quad (101)$$

状態方程式から次点の密度を計算する。

$$\rho^{n+1} = p^n / (RT^{n+1}) \quad (102)$$

運動方程式を2段階分離し離散化する。

$$\left[\frac{1}{\Delta t} + \left(\frac{\partial R_{ui}}{\partial u_i} \right)^n \right] \Delta^n u_i = -R_{ui}^n \quad (103)$$

$$\Delta^n u_i = \tilde{u}_i - u_i^n \quad (104)$$

$$\Delta^n (\rho u_i) = -\Delta t' \frac{\partial(\delta p)}{\partial x_i} \quad (105)$$

$$\Delta^n (\rho u_i) = (\rho u_i)^{n+1} - \rho^{n+1} \tilde{u}_i \quad (106)$$

$$\frac{1}{\Delta t'} = \frac{1}{\Delta t} + \left(\frac{\partial R_{ui}}{\partial u_i} \right)^n \quad (107)$$

式(105)の発散を取ると、

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Delta t' \frac{\partial(\delta p)}{\partial x_j} \right) = \frac{\rho^{n+1} - \rho^n}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho^{n+1} \tilde{u}_j) \quad (108)$$

$k-\varepsilon$ 方程式を、時間後退差分を用いて離散化する(Euler陰解法)。

$$\left[\frac{1}{\Delta t} + \left(\frac{\partial R_k}{\partial k} \right)^n \right] \Delta^n k = -R_k^n \quad (109)$$

$$\Delta^n k = k^{n+1} - k^n \quad (110)$$

$$\left[\frac{1}{\Delta t} + \left(\frac{\partial R_\varepsilon}{\partial \varepsilon} \right)^n \right] \Delta^n \varepsilon = -R_\varepsilon^n \quad (111)$$

$$\Delta^n \varepsilon = \varepsilon^{n+1} - \varepsilon^n \quad (112)$$

式(99)、(100)、(103)、(109)、(111)に現れる係数行列は非対称行列となるのでBi-CGSTAB法³⁸⁾³⁹⁾またはAMG法(Algebraic Multigrid、代数多重格子法)⁴⁰⁾⁴¹⁾により計算する。また、式(108)のポアソン方程式に現れる係数行列は対称行列となるのでICCG法³⁸⁾またはAMG法により計算する。

AMG法の理論については既報⁴²⁾に記載が見られるが、その概要は以下の通りである。連立方程式を反復法で解く場合、格子スケールの誤差成分を迅速に減衰させる反面、長波長の誤差成分を減衰させるのに多くの反復を要する。そこで、複数のスケールの格子を組み合わせるMG法が提案されている。MG法では長波長の誤差成分も急速に減衰させる効果が期待されているが、粗格子上の修正方程式の係数行列については粗格子上で解くべき偏微分方程式を離散化して求める必要がある。AMG法では粗格子上の係数行列を細格子上の係数行列から代数的に作成することができる。

2. 2. 5 境界条件の種類

(1) 温度

a) Dirichlet境界

流入境界に適用される。境界面で入力された固定値が代入される。

流入境界の移流項では、

$$\theta_b = \theta_{fix} \quad (113)$$

熱伝導項は、

$$\left[\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right]_b = \lambda \frac{\theta - \theta_{fix}}{\Delta x} \quad (114)$$

ここに、 θ_{fix} ：入力された温位固定値[K]。

b) Neumann 境界

流出境界と対称境界に適用される。境界面で以下の勾配ゼロの条件が課せられる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial x_n} = 0 \quad (115)$$

ここに、 x_n ：壁面鉛直方向座標[m]、である。

境界面の移流項では

$$\theta_b = \theta_{in} \quad (116)$$

熱伝導項は、境界面で熱フラックスをゼロとする。

c) 熱伝達境界

固体壁面と地表面境界に適用される。解析セル毎に入力された固定値が代入される。移流項は、境界面でゼロとする。熱伝達項は、

$$h S_m (T - T_{m,fix}) \quad (117)$$

ここに、 $T_{m,fix}$ ：入力された温度固定値[K]、 h ：

熱伝達率[W/m²/K]、 S_m ：解析セル内で流体と建

物および地表面が触れる部分の表面積[m²]、である。実際は、建物屋上、建物壁面および地表面のそれぞれ日向あるいは日陰面には異なる温度固定値が設定されるので、解析セル内への放熱量は、以下のような熱負荷の総計となる。

$$h \sum_m S_m (T - T_{m,fix}) \quad (118)$$

(2) 流速

a) Dirichlet 境界

流入境界および対称面に垂直な成分に対して対称境界に適用される。境界面で入力された固定値が代入される。

移流項では、

$$u_b = u_{fix}, \quad v_b = v_{fix}, \quad w_b = w_{fix} \quad (119)$$

u_{fix} , v_{fix} , w_{fix} ：入力された、それぞれ x, y,

z 方向の流速固定値[m/s]

b) Neumann 境界

流出境界と対称面に水平な成分に対して対称境界に適用される。境界面で以下の勾配ゼロの条件が課せられる。

$$\frac{\partial u}{\partial x_n} = 0 \quad (120)$$

c) 一般化対数則

地表面に適用される。

$$\frac{u_p}{(u^*)^2} (C_\mu^{1/2} k_p)^{1/2} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{E h_p (C_\mu^{1/2} k_p)^{1/2}}{\nu} \right] \quad (121)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_n} = \frac{(u^*)^2}{\nu} \quad (122)$$

ここに、 u^* ：摩擦速度[m/s]、 ν ：動粘性係数

[m²/s]、 u_p ：壁面第1定義点の壁面接線方向速

度[m/s]、 k_p ：壁面第1定義点の乱流エネルギー

kの値[m²/s²]、 h_p ：壁面から壁面第1定義点

までの距離[m]、 κ ：カルマン定数、E：経験

定数(=9.0)、 C_μ ：モデル定数(=0.09)、である。

(3) kおよびε

a) Dirichlet 境界

流入境界に適用される。境界面で入力された固定値が代入される。

$$k_b = k_{fix}, \quad \varepsilon_b = \varepsilon_{fix} \quad (123)$$

ここに、 k_{fix} ：入力されたk固定値[m²/s²]、 ε_{fix} ：

入力されたε固定値[m²/s³]、である。

b) Neumann 境界

流出境界と対称境界に適用される。境界面で以下の勾配ゼロの条件が課せられる。

$$\frac{\partial k}{\partial x_n} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_n} = 0 \quad (124)$$

c) 一般化対数則

地表面と建物境界に適用される。

$$k = \frac{(u^*)^2}{C_\mu^{1/2}}, \quad \varepsilon = \frac{(u^*)^3}{\kappa h_p} \quad (125)$$

2. 2. 6 メソスケールモデルによる上空および側方境界条件の設定

計算領域の上空および側方境界はいわゆる人為境界で、現実の流れ場では境界とはならない箇所である。このような境界は、壁面などとは異なり流体力学的に定式化できるような明確な条件設定は見あたらず、例えば次のような取り扱いがなされる。

- ① 実験結果など既存の知見に基づき境界条件を推定する。
- ② 一様な流れ場と見なせる位に広い計算領域を取り、一様流れを設定する。
- ③ 等エントロピー変化あるいはRiemann不変量など計算領域の外側の条件を理論的なアプローチで補う。
- ④ より広域を粗い格子または他のモデルで計算し、その計算結果を内挿するなどして境界条件を設定する。

本報告では④の方法に従い、メソスケールモデルを用いて広域の範囲を計算した結果を内挿して上空および側方における境界条件を設定した。境界条件の設定をまとめたのが表4である。

側面境界での k , ε はメソスケールモデルの計算結果より、次のように算定する。まず、

$$\mu_T \frac{\partial u}{\partial z} = \text{一定}, \quad \varepsilon = \sqrt{C_\mu} k \frac{\partial u}{\partial z} \quad (126)$$

を仮定する。すなわち、 $\rho k = \text{一定}$ 。ただし、

簡単のため密度 ρ を一定とするため、実際は $k = \text{一定}$ とする。

一定とする乱流エネルギー k は次のように計算する。メソスケールモデルの計算結果から上空 $z_b = 500\text{m}$ における風速 u_b が与えられる。

これより $1/7$ 乗則を適用して地表面付近 z_1

$= 0.5\text{m}$ における風速 u_1 を計算する。

$$\frac{u_1}{u_b} = \left(\frac{z_1}{z_b} \right)^{1/7} \quad (127)$$

地表面付近では対数則を適用して、摩擦速度 u^* を計算する。

$$\frac{u_1}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z_1 u^*}{\nu} \right) + A \quad (128)$$

これより乱流エネルギー k は次のように与えられる。

$$k = \frac{(u^*)^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (129)$$

2. 2. 7 鉛直壁面第1セルの取り扱い

(1) 鉛直壁面第1セルでの k , ε
等温場では、平衡条件

$$C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 = \varepsilon \quad (130)$$

および Prandtl の混合距離モデル

$$C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} = l_m^2 \frac{\partial u}{\partial y} \quad (l_m = \kappa y) \quad (131)$$

から壁面第1セルでの k , ε を計算する。流速のシア $\partial u / \partial y$ は対数則より

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u^*}{l_m} \quad (132)$$

と与えられるので、

$$k = \frac{(u^*)^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon = \frac{(u^*)^3}{l_m} \quad (133)$$

式(125)から、

$$\frac{k^3}{\varepsilon^2} = \frac{l_m^2}{C_\mu \sqrt{C_\mu}} \quad (134)$$

表 4 上空および側方境界条件

場所	設定方法
上空面	圧力固定。 u, v 固定。 温位固定。 比湿固定。 k, ε 固定。 (圧力を固定するので w は CFD 数値解析により決められる)
流入出面	圧力勾配ゼロ。 u, v, w 固定。 メソスケールモデルの計算結果が流入の場合 温位固定。 比湿固定。 k, ε 固定。 メソスケールの計算結果が流出の場合 温位勾配ゼロ。 比湿勾配ゼロ。 k, ε 勾配ゼロ。
地表面・壁面	圧力勾配ゼロ。 対数則。 熱伝達係数、物質伝達係数より各フラックスを算定。

非等温場の場合、Favre 平均の形式を用いて平衡条件は次のようになる。

$$C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} W_1 = \varepsilon \quad (135)$$

$$W_1 = \left(\frac{u^*}{l_m} \right)^2 + \frac{1}{Pr_T} \frac{g_i}{\tilde{\theta}} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_i} + \frac{1}{Sc_T} \frac{g_i}{W_2} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial x_i} \quad (136)$$

ただし、

$$\frac{1}{W_2} = \frac{1}{\tilde{R}} \left(\frac{R_o}{M_v} - \frac{R_o}{M_a} \right), \quad \tilde{R} = \frac{R_o}{M_v} \tilde{q} + \frac{R_o}{M_a} (1 - \tilde{q}) \quad (137)$$

とおいた。ここで、 θ : 温位 [K]、 q : 比湿 [kg/kg]、

M_v : 水蒸気の分子量 [kg/mol]、 M_a : 乾燥空気

の分子量 [kg/mol]、 R_o : 普遍気体定数

[kg/mol/K] である。

非等温場における式(134)に相当する関係は一般には与えられていないため、式(134)を便宜上使用することになると、

$$k = \frac{l_m^2 W_1}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon = l_m^2 W_1 \sqrt{W_1} \quad (138)$$

が与えられる。また、乱流粘性係数 ν_T は、

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} = l_m^2 \sqrt{W_1} \quad (139)$$

となる。

2. 2. 8 WET モデル

WETモデル⁴³⁾では鉛直方向の乱流熱フラックス、乱流水蒸気フラックスはそれぞれ次のように与えられる。

$$-\overline{\rho w'' \theta''} = \frac{\mu_T}{\sigma_\theta} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} - \frac{k}{\varepsilon} C_{\theta 3} g_3 \overline{\rho' \theta''} \quad (140)$$

$$-\overline{\rho w'' q''} = \frac{\mu_T}{\sigma_q} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} - \frac{k}{\varepsilon} C_{q 3} g_3 \overline{\rho' q''} \quad (141)$$

ここで、経験定数 σ_θ , σ_q , $C_{\theta 3}$, $C_{q 3}$ は次のように設定されることが多い。

$$\sigma_\theta = \sigma_q = 0.5, \quad C_{\theta 3} = C_{q 3} = 0.25 \quad (142)$$

式(140)(141)の右辺第1項は勾配拡散近似による項であるが、右辺第2項は浮力の効果を表す項である。状態方程式より、

$$\rho' \tilde{R} \tilde{\theta} + \rho R'' \tilde{\theta} + \rho \tilde{R} \theta'' \approx 0 \quad (143)$$

$$\tilde{R} = \frac{R_o}{M_v} \tilde{q} + \frac{R_o}{M_a} (1 - \tilde{q}), \quad R'' = \left(\frac{R_o}{M_v} - \frac{R_o}{M_a} \right) q'' \quad (144)$$

であるから、式(143)を式(140)(141)へ代入すると、

$$-\overline{\rho w'' \theta''} = \frac{\mu_T}{\sigma_\theta} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} + \frac{k}{\varepsilon} C_{\theta 3} \left(\frac{g_3}{\tilde{\theta}} \overline{\rho \theta''^2} + \frac{g_3}{W_2} \overline{\rho q'' \theta''} \right) \quad (145)$$

$$-\overline{\rho w'' q''} = \frac{\mu_T}{\sigma_q} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} + \frac{k}{\varepsilon} C_{q 3} \left(\frac{g_3}{\tilde{\theta}} \overline{\rho q'' \theta''} + \frac{g_3}{W_2} \overline{\rho q''^2} \right) \quad (146)$$

となる。ただし、

$$\frac{1}{W_2} = \frac{1}{\tilde{R}} \left(\frac{R_o}{M_v} - \frac{R_o}{M_a} \right) \quad (147)$$

とおいた。

式(145)(146)に示されるように、WETモデルでは、新たな相関項 $\overline{\rho \theta''^2}$, $\overline{\rho q'' \theta''}$, $\overline{\rho q''^2}$ の輸送方程式を計算する必要がある。ここでは、鉛

直壁面に接する(を含む)解析セルでの乱流鉛直フラックスを評価するためだけであるから、相関項 $\overline{\rho \theta''^2}$, $\overline{\rho q'' \theta''}$, $\overline{\rho q''^2}$ についても平衡条件

から計算することにする。水平方向に比べて鉛直方向の生成量が卓越すると考え、また、拡散項は微小であるとして無視すると、平衡条件は次のように表される。

$$\frac{\varepsilon}{k} \frac{\overline{\rho \theta''^2}}{2R_\tau} = -\overline{\rho w'' \theta''} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} \quad (148)$$

$$\frac{\varepsilon}{k} \frac{\overline{\rho q''^2}}{2R_\tau} = -\overline{\rho w'' q''} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} \quad (149)$$

$$2 \frac{\varepsilon}{k} \frac{\overline{\rho q'' \theta''}}{2R_\tau} = -\overline{\rho w'' \theta''} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} - \overline{\rho w'' q''} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} \quad (150)$$

ここで、乱流時間スケールの比を表す経験定数 R_τ は $R_\tau = 0.8$ と設定されることが多い。式

(148)(149)(150)を式(145)(146)に代入して、 $-\overline{\rho w'' \theta''}$ および $-\overline{\rho w'' q''}$ に関する代数方程式を解けば良いのであるが、その係数行列の対角成分はゼロまたは負になる場合もあり、数学的に不安定な方程式となる。そこで、式(148)(149)(150)に現れる鉛直乱流フラックスは勾配拡散近似を用いて次のように「陽的に」評価する。

$$-\overline{\rho w'' \theta''} = \frac{\mu_T}{Pr_\tau} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z}, \quad -\overline{\rho w'' q''} = \frac{\mu_T}{Sc_\tau} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} \quad (151)$$

これより、式(148)(149)(150)は次のように表される。

$$\overline{\rho \theta''^2} = \frac{2R_\tau k}{\varepsilon} \frac{\mu_T}{Pr_\tau} \left(\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} \right)^2 \quad (152)$$

$$\overline{\rho q''^2} = \frac{2R_\tau k}{\varepsilon} \frac{\mu_T}{Sc_\tau} \left(\frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} \right)^2 \quad (153)$$

$$\overline{\rho q'' \theta''} = \frac{R_\tau k}{\varepsilon} \left(\frac{\mu_T}{Pr_\tau} + \frac{\mu_T}{Sc_\tau} \right) \frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} \quad (154)$$

式(152)(153)(154)を式(145)(146)に代入

して整理すると次のようになる。

$$-\overline{\rho w'' \theta''} = \left[\frac{1}{\sigma_\theta} + 2 \left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^2 C_{\theta 3} R_\tau W_3 \right] \mu_T \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} \quad (155)$$

$$-\overline{\rho w'' q''} = \left[\frac{1}{\sigma_q} + 2 \left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^2 C_{\theta 3} R_\tau W_3 \right] \mu_T \frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} \quad (156)$$

以上では、乱流 Prandtl 数 Pr_T と乱流 Schmidt 数 Sc_T は等しいと仮定した。また、

$$W_3 = \frac{1}{Pr_T} \frac{g_3}{\tilde{\theta}} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} + \frac{1}{Sc_T} \frac{g_3}{W_2} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} \quad (157)$$

である。式(138)より、

$$\left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^2 = \left(\frac{l_m^2 W_1 / \sqrt{C_\mu}}{l_m^2 W_1 \sqrt{W_1}} \right)^2 = \frac{1}{C_\mu W_1} \quad (158)$$

であるから、この関係を式(155)(156)に代入すると、

$$-\overline{\rho w'' \theta''} = \left[\frac{1}{\sigma_\theta} + \frac{2C_{\theta 3} R_\tau W_3}{C_\mu W_1} \right] \mu_T \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} \quad (159)$$

$$-\overline{\rho w'' q''} = \left[\frac{1}{\sigma_q} + \frac{2C_{\theta 3} R_\tau W_3}{C_\mu W_1} \right] \mu_T \frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} \quad (160)$$

となる。ただし、式(136)、式(157)より、

$$W_1 = \left(\frac{u^*}{l_m} \right)^2 + W_3 \quad (161)$$

と表される。浮力の効果を表す係数は、

$$\lim_{G_{q\theta} \rightarrow 0} \frac{2C_{\theta 3} R_\tau W_3}{C_\mu W_1} = \lim_{u^* \rightarrow \infty} \frac{2C_{\theta 3} R_\tau W_3}{C_\mu W_1} = 0 \quad (162)$$

$$\lim_{G_{q\theta} \rightarrow \infty} \frac{2C_{\theta 3} R_\tau W_3}{C_\mu W_1} = \lim_{u^* \rightarrow 0} \frac{2C_{\theta 3} R_\tau W_3}{C_\mu W_1} = \frac{2C_{\theta 3} R_\tau}{C_\mu} \approx 4.4 \quad (163)$$

のように振る舞う。すなわち、温度、濃度勾配がないときゼロとなり、不安定な方向の温度、濃度勾配があるとき最大で4.4程度の値を取る。

2. 2. 9 人工排熱の取り扱い

FAVOR 法において体積占有率の小さなセルに大きな人工排熱が与えられると過度の温度上

昇を招くことから以下のような修正を施した。

体積占有率を G_v とし、面開口率を $G_{x,1}$, $G_{x,2}$,

$G_{y,1}$, $G_{y,2}$, $G_{z,1}$, $G_{z,2}$ とする。面開口率は移流項

および熱伝導項の大きさを決めることを考慮

し、次式に示すような流体の面積占有率 G_s を

考える。

$$G_s = [(G_{x,1} + G_{x,2})\Delta y \Delta z + (G_{y,1} + G_{y,2})\Delta z \Delta x + (G_{z,1} + G_{z,2})\Delta x \Delta y] / 2 / (\Delta y \Delta z + \Delta z \Delta x + \Delta x \Delta y) \quad (164)$$

これより、流体の有効占有率 G_f を次のように定義する。

$$G_f = \min(G_v, G_s) \quad (165)$$

入力データにより与えられる排熱量を

Q [W/m³] とし、当該解析セルに含まれる建物の

屋上面、壁面、地表面から排熱が生じるものと

する。ここで、有効占有率 G_f 分のみ当該解析

セルに分配し、残りの $(1 - G_f)$ を周囲の解析セル

に分配することを考える。現状のデータ構造

では、各解析セルに含まれる建物の屋上面、壁

面、地表面の面積 S_R , S_W , S_G [m²] がそれぞれ与

えられ、排熱量 Q はこれらの面からの総和とし

て与えられている。建物の壁面からの排熱は水平

方向の解析セルに、建物の屋上面および地表面

からの排熱は鉛直上側の解析セルに分配する

$$Q_W = \frac{S_W}{S_R + S_W + S_G} Q \quad (166)$$

$$Q_{RG} = \frac{S_R + S_G}{S_R + S_W + S_G} Q$$

ここで、 Q_W : 建物の壁面からの排熱量 [W/m³]、

Q_{RG} : 建物の屋上面および地表面からの排熱量

[W/m³]である。

建物の壁面からの排熱量 Q_W を分配する要領は次のようになる。隣接する4つのセルが受け取ることのできる容量 V_c [m³]は、有効占有率と面開口率の双方に比例すると考え、次のように定義する。

$$\begin{aligned} V_{c,i+1,j} &= G_{x,i+1/2,j} \cdot G_{f,i+1,j} \cdot V_{i+1,j} \\ V_{c,i-1,j} &= G_{x,i-1/2,j} \cdot G_{f,i-1,j} \cdot V_{i-1,j} \\ V_{c,i,j+1} &= G_{y,i,j+1/2} \cdot G_{f,i,j+1} \cdot V_{i,j+1} \\ V_{c,i,j-1} &= G_{y,i,j-1/2} \cdot G_{f,i,j-1} \cdot V_{i,j-1} \end{aligned} \quad (167)$$

ここで、 V [m³]はセル体積で、 $V = \Delta x \Delta y \Delta z$ である。これより、隣接セルに分配される排熱量 \tilde{Q}_W [W]はそれぞれ次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{W,i+1,j} &= V_{c,i+1,j} \cdot R_{W,ij} \cdot Q_{W,ij} \\ \tilde{Q}_{W,i-1,j} &= V_{c,i-1,j} \cdot R_{W,ij} \cdot Q_{W,ij} \\ \tilde{Q}_{W,i,j+1} &= V_{c,i,j+1} \cdot R_{W,ij} \cdot Q_{W,ij} \\ \tilde{Q}_{W,i,j-1} &= V_{c,i,j-1} \cdot R_{W,ij} \cdot Q_{W,ij} \end{aligned} \quad (168)$$

ただし、

$$R_{W,ij} = \frac{(1 - G_{f,ij}) V_{ij}}{\max[(1 - G_{f,ij}) V_{ij}, V_{c,i+1,j} + V_{c,i-1,j} + V_{c,i,j+1} + V_{c,i,j-1}]} \quad (169)$$

とおいた。また、当該セルに分配される(残留する)排熱量 $\tilde{Q}_{W,ij}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{W,ij} &= V_{ij} \cdot Q_{W,ij} \\ &- (\tilde{Q}_{W,i+1,j} + \tilde{Q}_{W,i-1,j} + \tilde{Q}_{W,i,j+1} + \tilde{Q}_{W,i,j-1}) \end{aligned} \quad (170)$$

建物の屋上面および地表面からの排熱量 Q_{RG} を分配する要領も同様である。隣接セルが受け取ることのできる容量 V_c は、次のように定義される。

$$V_{c,k+1} = G_{z,k+1/2} \cdot G_{f,k+1} \cdot V_{k+1} \quad (171)$$

これより、隣接セルに分配される排熱量

\tilde{Q}_{RG} [W]は次のようになる。

$$\tilde{Q}_{RG,k+1} = V_{c,k+1} \cdot R_{RG,k} \cdot Q_{RG,k} \quad (172)$$

ただし、

$$R_{RG,k} = \frac{(1 - G_{f,k}) V_k}{\max[(1 - G_{f,k}) V_k, V_{c,k+1}]} \quad (173)$$

である。また、当該セルに分配される(残留する)排熱量 $\tilde{Q}_{RG,k}$ は次のようになる。

$$\tilde{Q}_{RG,k} = V_k \cdot Q_{RG,k} - \tilde{Q}_{RG,k+1} \quad (174)$$

当該セルの体積占有率 G_f が1より小さく、

かつ面積 S_R 、 S_W 、 S_G が全てゼロと言うことは原則ありえないが、プログラムの実装上はそのような場合にも備えている。要領は全く同様であるので、計算式のみ以下に示す。

$$\begin{aligned} V_{c,i+1,jk} &= G_{x,i+1/2,j,k} \cdot G_{f,i+1,jk} \cdot V_{i+1,jk} \\ V_{c,i-1,jk} &= G_{x,i-1/2,j,k} \cdot G_{f,i-1,jk} \cdot V_{i-1,jk} \\ V_{c,i,j+1,k} &= G_{y,i,j+1/2,k} \cdot G_{f,i,j+1,k} \cdot V_{i,j+1,k} \\ V_{c,i,j-1,k} &= G_{y,i,j-1/2,k} \cdot G_{f,i,j-1,k} \cdot V_{i,j-1,k} \\ V_{c,ij,k+1} &= G_{z,ij,k+1/2} \cdot G_{f,ij,k+1} \cdot V_{ij,k+1} \end{aligned} \quad (175)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{o,i+1,jk} &= V_{c,i+1,jk} \cdot R_{o,ijk} \cdot Q_{ijk} \\ \tilde{Q}_{o,i-1,jk} &= V_{c,i-1,jk} \cdot R_{o,ijk} \cdot Q_{ijk} \\ \tilde{Q}_{o,i,j+1,k} &= V_{c,i,j+1,k} \cdot R_{o,ijk} \cdot Q_{ijk} \\ \tilde{Q}_{o,i,j-1,k} &= V_{c,i,j-1,k} \cdot R_{o,ijk} \cdot Q_{ijk} \\ \tilde{Q}_{o,ij,k+1} &= V_{c,ij,k+1} \cdot R_{o,ijk} \cdot Q_{ijk} \end{aligned} \quad (176)$$

$$R_{o,ijk} = \frac{(1 - G_{f,ijk}) V_{ijk}}{\max[(1 - G_{f,ijk}) V_{ijk}, V_{c,i+1,jk} + V_{c,i-1,jk} + V_{c,i,j+1,k} + V_{c,i,j-1,k} + V_{c,ij,k+1}]} \quad (177)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{o,ijk} &= V_{ijk} \cdot Q_{ijk} \\ &- (\tilde{Q}_{o,i+1,jk} + \tilde{Q}_{o,i-1,jk} + \tilde{Q}_{o,i,j+1,k} + \tilde{Q}_{o,i,j-1,k} + \tilde{Q}_{o,ij,k+1}) \end{aligned} \quad (178)$$

2. 3 表面温度の設定

2. 3. 1 表面温度の設定の概略

建物等の地物の表面温度について本来は対流、放射等の連成解析を3次元空間で行うことが望ましいが、今回は以下のような簡略な方法で作業を進めている。まず、当日の気象条件から鉛直1次元性を仮定して被覆毎に非定常熱伝導解析を実施する。このとき、被覆物はアスファルト、草地等とし、日射が遮られた状態についても実施しておく。次に、当該時刻における日射位置から日向日陰の状態を3次元の解析セル毎に判定する。そして、表面温度のデータベースと照合して、日向日陰、被覆の状態に応じた表面温度を解析セル毎に割り当てる。

2. 3. 2 日陰の判定

図6に日陰域の簡易判別方法を示す。当該メッシュ(2次元)で日射到達高さを求め、建物高さとの関係から地表面と建物壁面・屋上面の日向・日陰判定を行う。

壁面の方位判定(南向きか否か)は、建物壁面の面素ベクトル $\mathbf{S}_{i,j,k}$ と日射ベクトル \mathbf{e}_s の内積の正負で判定し、 $\mathbf{S}_{i,j,k} \cdot \mathbf{e}_s < 0$ ならば日向、

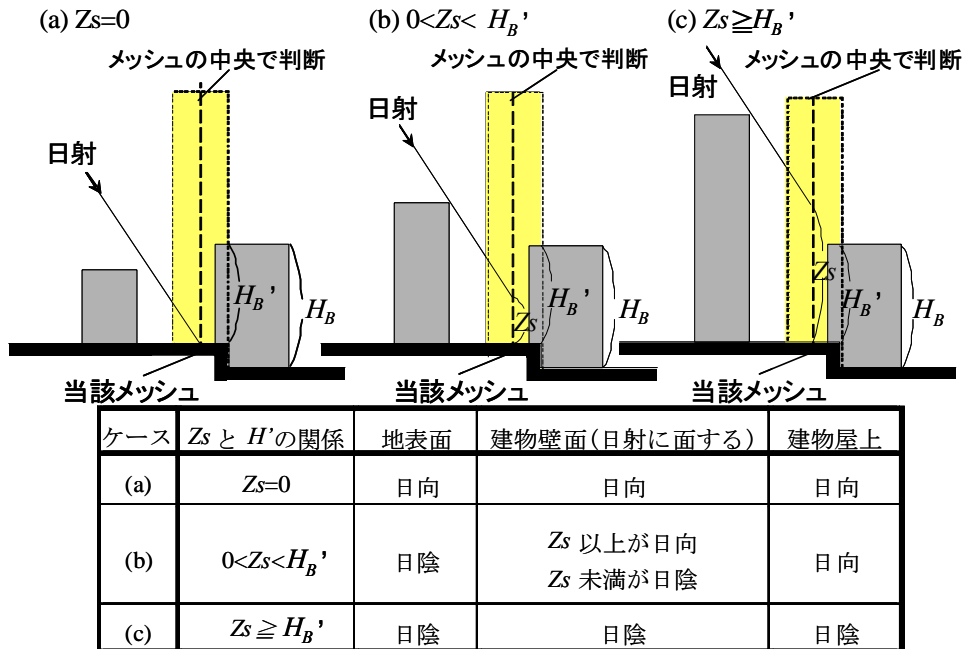
$\mathbf{S}_{i,j,k} \cdot \mathbf{e}_s \geq 0$ ならば日陰とする。

図7に建物壁面と日射向きとの配置パターンを示す。ここで、 $\mathbf{S}_{i,j,k}$ と \mathbf{e}_s は、以下のように定義される。

$$\mathbf{S}_{i,j,k} = \begin{pmatrix} (G_{i+1/2} - G_{i-1/2})\Delta y_j \Delta z_k \\ (G_{j+1/2} - G_{j-1/2})\Delta z_k \Delta x_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (179)$$

$$\mathbf{e}_s = \begin{pmatrix} -\cos \theta_s \sin \phi_s \\ -\cos \theta_s \cos \phi_s \\ -\sin \theta_s \end{pmatrix} \quad (180)$$

ここに、 $\Delta x_i, \Delta y_j, \Delta z_k$: それぞれ解析セル (i, j, k) での東西方向, 南北方向, 鉛直方向の解析セルの幅 [m]、 $G_{i+1/2}, G_{i-1/2}, G_{j+1/2}, G_{j-1/2}$: それぞれ3次元の解析セル (i, j, k) での東側、西側、北側、南側界面での面積開口率 [-]、 θ_s :



※日射に面しない建物壁面は全て日陰

Z_s : 判定当該メッシュの日射到達地上高さ [m]、 H_B : 建物高さ [m]

H'_B : 判定当該メッシュの地上からの建物高さ [m]

図6 日陰域の簡易判別

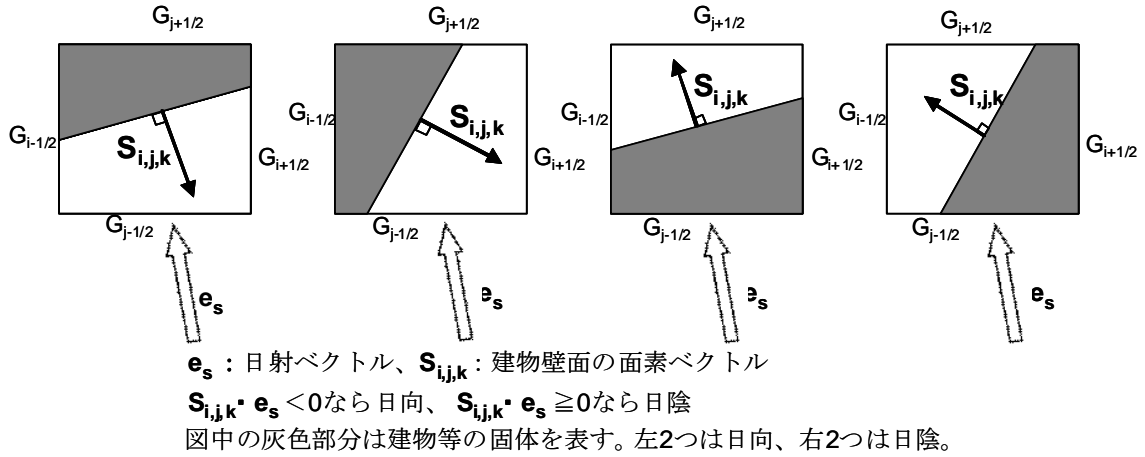


図7 建物壁面と日射向きとの配置パターン

仰角 ($0 \leq \theta_s \leq \pi/2$)、方位角 ($-\pi \leq \phi_s \leq \pi$)、

である。内積 $S_{i,j,k} \cdot e_s$ は以下のようになる。

$$S_{i,j,k} \cdot e_s = -(G_{i+1/2} - G_{i-1/2})\Delta y_j \Delta z_k \cos \theta_s \sin \phi_s - (G_{j+1/2} - G_{j-1/2})\Delta z_k \Delta x_i \cos \theta_s \cos \phi_s \quad (181)$$

$\Delta z_k > 0$ 、 $\cos \theta_s > 0$ であることから、 $S_{i,j,k} \cdot e_s$ の正負による当該解析セルの日陰判定は以下のように行うことができる。

$$-(G_{i+1/2} - G_{i-1/2})\Delta y_j \sin \phi_s < (G_{j+1/2} - G_{j-1/2})\Delta x_i \cos \phi_s$$

→ 建物壁面は日射向きである

$$-(G_{i+1/2} - G_{i-1/2})\Delta y_j \sin \phi_s \geq (G_{j+1/2} - G_{j-1/2})\Delta x_i \cos \phi_s$$

→ 建物壁面は日射向きでない

図8に日陰判定の事例を示す。

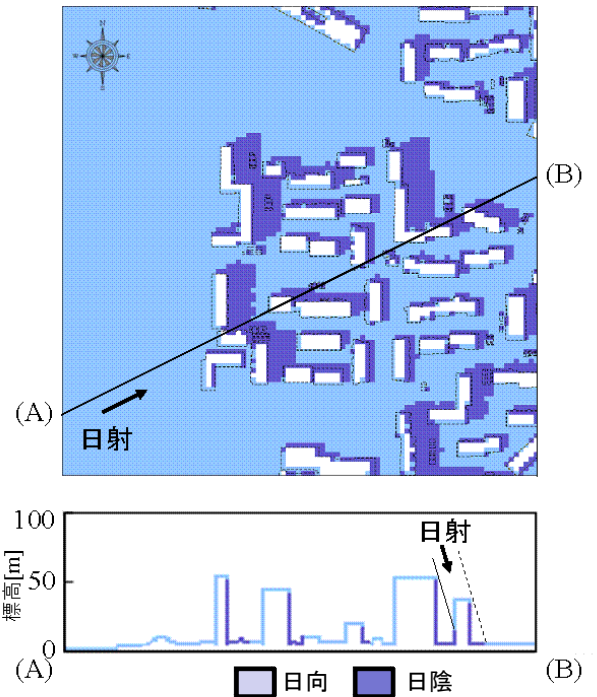


図8 日陰判定の事例

2.3.3 建物・地表面温度の求め方

(1) 平坦面の熱収支

平坦面熱収支式は次のように表される。

$$S_{n\downarrow} + \varepsilon_G L_{a\downarrow} + L_{s\uparrow} + H + E + G = 0 \quad (182)$$

式(182)においては建物壁面等からの熱輻射は考慮していない。各項の意味と内容は次のようになる。

$S_{n\downarrow}$: 正味全天日射量

正味全天日射量 $S_{n\downarrow}$ [W/m^2] は地表面に吸収される正味の全天日射量で、地表面アルベド(反射率) α を用いて次のように表される。

$$S_{n\downarrow} = (1 - \alpha) S_{g\downarrow} \quad (183)$$

ここで、 $S_{g\downarrow}$ は全天日射量 [W/m^2] で、直達日射

量 $S_{d\downarrow}$ [W/m²] と天空 (散乱) 日射量 $S_{s\downarrow}$ [W/m²] との和である。

$$S_{g\downarrow} = S_{d\downarrow} + S_{s\downarrow} = S_d \cos \psi + S_{s\downarrow} \quad (184)$$

ただし、 S_d : 法線面直達日射量 [W/m²]、 ψ : 天頂角 [rad.] である。観測値がない場合などでは、法線面直達日射量 S_d および天空日射量 $S_{s\downarrow}$ はそれぞれ Bouguer 式および Berlage 式で評価されることが多い。

Bouguer 式 :

$$S_d = I_0 P_S^{1/\sin h_s} \quad (185)$$

Berlage 式 :

$$S_{s\downarrow} = 0.5 I_0 \sin h_s \frac{1 - P_S^{1/\sin h_s}}{1 - 1.4 \cdot \log P_S} \quad (186)$$

ここで、 I_0 : 太陽定数 [W/m²]、 P_S : 大気透過率、

h_s : 太陽高度 [rad.] である。

太陽方位ベクトル (S_x, S_y, S_z) は次のように表される。

$$\begin{aligned} S_x &= -\cos \delta \sin \gamma \\ S_y &= \cos \phi \sin \delta - \sin \phi \cos \delta \cos \gamma \\ S_z &= \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \gamma \end{aligned} \quad (187)$$

ここで、 ϕ : 緯度 [rad.]、 δ : 赤緯 [rad.]、 γ : 時角 [rad.] である。したがって、水平な地表面の場合、

$$\cos \psi = S_z = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \gamma \quad (188)$$

となる。

$L_{a\downarrow}$: 大気放射量

大気放射量 $L_{a\downarrow}$ [W/m²] は Brunt の式で評価される。

Brunt 式 :

$$L_{a\downarrow} = (0.526 + 0.076\sqrt{e}) \sigma T^4 \quad (189)$$

ここで、 e : 水蒸気圧 [mmHg]、 T : 大気温度 [K]、 σ : Stefan-Boltzmann 定数 [W/m²/K⁴] である。

$L_{s\uparrow}$: 地表面からの長波放射量

地表面の射出率を ε_G とすると長波放射量

$L_{s\uparrow}$ [W/m²] は次のように定式化される。

$$L_{s\uparrow} = -\varepsilon_G \sigma T_G^4 \quad (190)$$

ここで、 T_G は地表面温度 [K] である。

H : 顕熱輸送量

顕熱輸送量 H [W/m²] は熱伝達係数 h [W/m²/K] を用いて次のように定式化される。

$$H = h(T - T_G) \quad (191)$$

E : 潜熱輸送量

潜熱輸送量 E [W/m²] は蒸発効率 β を考慮して次のように定式化される。

$$E = L\beta h_q (q - q_{G,sat}) \quad (192)$$

ここで、 L : 蒸発潜熱 [J/kg]、 h_q : 物質輸送係数 [kg/m²/s]、 q : 大気中の比湿 [kg/kg] である。

また、 $q_{G,sat}$ は地表面飽和比湿 [kg/kg] で、地表面温度 T_G に対する飽和蒸気圧 e_{sat} [Pa] から次のように計算できる。

$$q_{G,sat} = \frac{\frac{M_v}{M_a} \frac{e_{sat}}{p}}{1 - \left(1 - \frac{M_v}{M_a}\right) \frac{e_{sat}}{p}} \quad (193)$$

$$e_{sat} = 6.11 \times 10^2 \cdot \exp \left[\frac{M_v L}{273 R_o} \left(1 - \frac{273}{T_G}\right) \right] \quad (194)$$

(Clausius-Clapeyron 式)

ただし、 p : 大気圧 [Pa]、 M_a : 乾燥空気の分子量 [kg/mol]、 M_v : 水蒸気の分子量 [kg/mol]、

R_0 : 普遍気体定数 [J/mol/K] である。

G : 地中内熱伝導量

地中内への熱伝導量 G [W/m²] は、地表面 $z=0$ における土壌温度 T_g の勾配を用いて、

$$G = \lambda_g \left(\frac{\partial T_g}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (195)$$

と表される。ここで、 λ_g は土壌の熱伝導係数 [W/m/K] である。また、鉛直座標 z は下向きを正とする。

(2) 平坦面熱収支式の計算要領

気象条件については、気象庁のホームページから公開されている時別の観測データを使用する。

- ・気圧
- ・気温
- ・相対湿度
- ・全天日射量

これらのデータは1時間毎に与えられており、任意の時刻における気象条件は、時間に関して内挿して算定する。

地中内への熱伝導量 G を評価するため、鉛直方向の1次元熱伝導方程式を考える。

$$\rho_g C_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial z} \right) \quad (196)$$

ここで、 ρ_g : 土壌の密度 [kg/m³]、 C_g : 土壌の比熱 [J/kg/K] である。日変化スケールの熱貫流の影響が小さい、十分な深さ z_B [m] まで計算領域を考えると、地表面 $z=0$ および地底面 $z=z_B$ における境界条件はそれぞれ次のように与えられる。

$$\text{地表面} : (T_g)_{z=0} = T_G \quad (197)$$

$$\text{地底面} : \left(\frac{\partial T_g}{\partial z} \right)_{z=z_B} = 0 \quad (\text{断熱})$$

(198)

式(196)は差分法により離散化する。時間刻

みおよび格子幅をそれぞれ Δt および Δz とし、熱伝導項を2次中心差分、時間項を Euler 陽解法で離散化すると、

$$\frac{T_{g,k}^{n+1} - T_{g,k}^n}{\Delta t} = \frac{\alpha_g}{\Delta z^2} (T_{g,k+1}^n - 2T_{g,k}^n + T_{g,k-1}^n) \quad (199)$$

となる。ここで、熱伝導係数の空間勾配はないものとし、 $\alpha_g = \lambda_g / \rho_g C_g$ とおいた。

時間積分は以下のように実施した。

手順1 : 地表面温度 T_G の計算

n 時刻レベルの土壌温度分布 $T_{g,k}^n$ が与えられているとき、地中内への熱伝導量 G は次のように計算できる。

$$G = \lambda_g \frac{T_{g,1}^n - T_G^n}{\Delta z/2} \quad (200)$$

このとき、平坦面熱収支式は、 n 時刻レベルの地表面温度 T_G^n を未知数とした次のような非線形方程式になる。

$$\begin{aligned} S_{n\downarrow} + \varepsilon_G L_{a\downarrow} - \varepsilon_G \sigma (T_G^n)^4 + h(T - T_G^n) \\ + L\beta h_q [q - q_G(T_G^n)] + \lambda_g \frac{T_{g,1}^n - T_G^n}{\Delta z/2} = 0 \end{aligned} \quad (201)$$

式(201)は Newton 法により解く。

$$\begin{aligned} \left[4\varepsilon_G \sigma (T_G^n)^3 + h + L\beta h_q \frac{\partial q_G}{\partial T_G} + \frac{2\lambda_g}{\Delta z} \right] \Delta T_G^n = \\ S_{n\downarrow} + \varepsilon_G L_{a\downarrow} - \varepsilon_G \sigma (T_G^n)^4 + h(T - T_G^n) \\ + L\beta h_q [q - q_G(T_G^n)] + \lambda_g \frac{T_{g,1}^n - T_G^n}{\Delta z/2} \end{aligned} \quad (202)$$

手順2 : 土壌温度分布の $T_{g,k}$ 計算

式(201)から計算される地表面温度 T_G^n を用いて、境界条件(197)、(198)のもと、式(199)を解くと、 $(n+1)$ 時刻レベルの土壌温度分布

$T_{g,k}^{n+1}$ が与えられる。

ただし、 ε_0 は収束判定のための微小数である。

手順 3 : 収束判定

手順 1、2 により時刻レベルを更新し、24 時間毎に数値解を比較する。最新の解および 2

4 時間前の解をそれぞれ $T_G^{(2)}, T_{g,k}^{(2)}$ および

$T_G^{(1)}, T_{g,k}^{(1)}$ で表すとき、次式を満足すれば収束と

見なす。

$$\sqrt{\frac{(T_G^{(2)} - T_G^{(1)})^2 + \sum_k (T_{g,k}^{(2)} - T_{g,k}^{(1)})^2}{(T_G^{(2)})^2 + \sum_k (T_{g,k}^{(2)})^2}} < \varepsilon_0 \quad (203)$$

表 5 東京の観測データ
(2005 年 7 月 31 日)

時刻	現地気圧	気温	相対湿度	全天日射量
	hPa	°C	%	MJ/m ²
1	1004.4	27.4	75	-
2	1004.2	27.1	77	-
3	1004.6	26.7	79	-
4	1004.8	26.6	81	-
5	1005.3	26.0	79	0.00
6	1005.6	26.2	76	0.02
7	1005.9	26.4	75	0.15
8	1005.9	27.0	74	0.47
9	1006.2	27.4	74	0.46
10	1005.8	29.0	68	2.14
11	1005.6	29.9	64	2.64
12	1005.2	30.7	62	1.67
13	1004.4	31.1	60	2.92
14	1004.1	31.2	60	2.64
15	1003.9	30.3	64	2.29
16	1004.0	30.3	63	1.53
17	1003.8	30.0	62	1.20
18	1003.8	29.4	63	0.32
19	1004.0	28.6	69	0.07
20	1004.6	27.8	75	0.00
21	1005.1	27.4	76	-
22	1005.3	27.5	74	-
23	1005.6	27.1	77	-
24	1005.3	26.9	78	-

(3) 計算に使用した具体的なデータ

気象条件については、気象庁(電子閲覧室)
<http://www.data.jma.go.jp/obd/stats/etrn/index.php>
 (2010年2月6日閲覧)から公開されている観測データを使用する。地点「東京(東京都)」における2005年7月31日1時から2005年7月31日24時までの地上観測値を表5に示す。

地表面熱収支に関するパラメータとして、一ノ瀬ら⁴⁴⁾および井原ら⁴⁵⁾による報告をまとめると、それぞれ表6および表7のようになる。これらを参考に、本研究資料で定義される土地利用分類に対応したパラメータを整理したのが表8である。

表6 地表面熱収支パラメータの事例1

No.	土地利用分類	アルベド	蒸発効率	密度	比熱	熱拡散係数
		[-]	[-]	[kg/m ³]	[J/kg/K]	[m ² /s]
1	田	0.17	0.50	1.8×10 ³	1176	5.3×10 ⁻⁷
2	畑	0.16	0.30	1.8×10 ³	1176	5.3×10 ⁻⁷
3	果樹園	0.16	0.30	1.8×10 ³	1176	5.3×10 ⁻⁷
4	樹木	0.16	0.30	1.8×10 ³	1176	5.3×10 ⁻⁷
5	森林	0.14	0.35	1.8×10 ³	1176	5.3×10 ⁻⁷
6	荒地	0.18	0.20	1.8×10 ³	1176	5.3×10 ⁻⁷
7	建物用地	0.18	0.05	2.4×10 ³	882	7.2×10 ⁻⁷
8	幹線交通用地	0.18	0.05	2.1×10 ³	882	3.8×10 ⁻⁷
9	その他の用地	0.18	0.10	1.8×10 ³	1176	5.3×10 ⁻⁷
10	水面	0.08	1.00	1.0×10 ³	4200	5.3×10 ⁻⁷

【引用文献】一ノ瀬俊明、下堂蘭和宏、鶴野伊津志、花木啓介：細密地理情報にもとづく都市気候数値シミュレーション 地表面境界条件の高精度化、天気、44(11)、pp. 785-797、1997.11

表7 地表面熱収支パラメータの事例2

No.	土地利用分類	アルベド	射出率	蒸発効率	熱容量	熱伝導率
		[-]	[-]	[-]	[kJ/m ³ K]	[W/m/K]
1	田	0.33	0.95	0.10	1940	1.0878
2	その他の農用地、ゴルフ場	0.33	0.95	0.05	1940	1.0878
3	森林	0.33	0.95	0.10	1940	1.0878
4	荒地	0.28	0.92	0.05	1940	1.0878
5	建物用地	0.39	0.96	0.02	1940	2.1757
6	幹線交通用地	0.32	0.91	0.00	1940	2.1757
7	その他の用地	0.32	0.91	0.02	1940	2.1757
8	河川地及び湖沼、海浜、海水域	0.10	0.93	0.50	4184	1.0878

【引用文献】井原智彦、相田洋志、吉田好邦、半田隆志、松橋隆治、石谷久：都市熱環境を考慮した高反射高放射塗料導入による建築物のCO₂排出削減効果の評価、第19回エネルギーシステム・経済・環境コンファレンス講演論文集、pp. 655-660、2003

表 8 地表面熱収支パラメータ（本研究資料）

No.	土地利用分類	アルベド (反射率)	地表面からの 射出率	蒸発効率	密度	比熱	熱拡散係数
		[-]	[-]	[-]	[kg/m ³]	[J/kg/K]	[m ² /s]
1	建物敷地	0.18	0.96	0.05	2.4×10 ³	882	7.2×10 ⁻⁷
2	アスファルト	0.18	0.91	0.05	2.1×10 ³	882	3.8×10 ⁻⁷
3	草地	0.16	0.95	0.30	1.8×10 ³	1176	5.3×10 ⁻⁷
4	水域	0.08	0.93	1.00	1.0×10 ³	4200	5.3×10 ⁻⁷
5	樹木	0.16	0.95	0.30	1.8×10 ³	1176	5.3×10 ⁻⁷

(4) 樹木の放射モデル

樹木については樹冠を上空に設定して Lambert 則を適用して日射の減衰効果等を考慮した。平坦面を想定した樹木の放射モデルについて以下に述べる。

図 9 に示すように、1 枚の葉を含むのに十分に広くかつ薄い微小領域 dS [m²] × dx [m] を考える。葉 1 枚の面積を S_l [m²]、透過率を τ とし、葉面は方向 x に垂直とする。このとき、放射エネルギー $L(x)$ [W/m²] について次式が成り立つ。

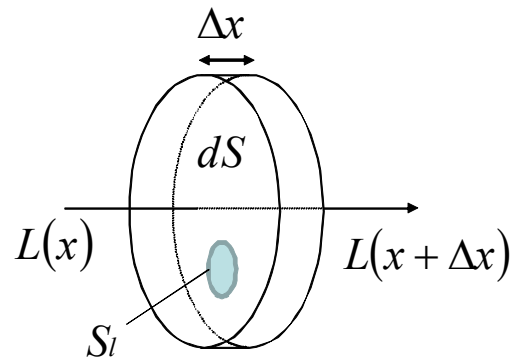


図 9 葉 1 枚を含む微小領域における放射の透過

$$\begin{aligned} L(x+dx) \cdot dS &= [(dS - S_l) + \tau S_l] L(x) \\ &= L(x) \cdot dS - (1 - \tau) S_l L(x) \end{aligned} \quad (204)$$

ここで、葉面積密度を $a(x)$ [m²/m³] とすると、

$$S_l = a(x) \cdot dS dx \text{ であるから、}$$

$$\begin{aligned} L(x+dx) \cdot dS &= L(x) \cdot dS \\ &- (1 - \tau) a(x) L(x) \cdot dS dx \end{aligned} \quad (205)$$

すなわち、

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x} = -(1 - \tau) a(x) L(x) \quad (206)$$

となる。上式は、葉面が全て方向 x に垂直とした場合に成り立つから、葉の向きを考慮した関数 $F(x)$ を導入する。

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x} = -(1 - \tau) F(x) a(x) L(x) \quad (207)$$

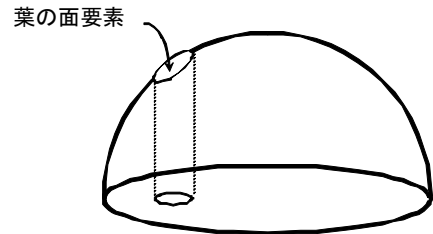


図 10 葉面の配置と有効表面積

関数 $F(x)$ は、方向 x の垂直断面に投影された

「有効」葉面積を評価するためのものである。葉の傾きはどの方向についても同じ確率で現れると仮定すると、図 10 に示すように、

$$F(x) = \frac{\text{円の面積}}{\text{半球の表面積}} = \frac{\pi r^2}{2\pi r^2} = \frac{1}{2} \quad (208)$$

となる。

式 (207) の右辺は、反射と吸収による放射エ

エネルギーの単位体積当りの消散成分を表し、

$$(1-\tau)F(x)a(x)L(x) = r_c F(x)a(x)L(x) + a_c F(x)a(x)L(x) \quad (209)$$

と表すことができる。ここで、 r_c および a_c はそれぞれ反射率および吸収率である。式(209)は次の自明の関係式に対応している。

$$\tau + r_c + a_c = 1 \quad (210)$$

拡散光に対する放射伝達においては、格子セル内での葉面積密度は一定、樹冠内の拡散光は格子界面に垂直に入射・放射、樹冠内での透過減衰は Lambert 則に従う、と仮定した。面 ($i-$) からの入射光は x 軸に沿って進行すると考えるため、透過距離は Δx_i となる。格子セル内では $F(x) = F$, $a(x) = a$ で一定であるから、面 ($i+$) を通過する透過光 L'_{i+} は Lambert 則から次のようになる。

$$L'_{i+} = \exp(-k_1 a \Delta x_i) L_{i-}^{in} \quad (211)$$

ただし、

$$k_1 = (1-\tau)F \quad (212)$$

葉面からの自己放射を考える場合、Lambert 則(207)は次のように書き換えられる。

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x} = F(x)a(x)\varepsilon_c \sigma T_c(x)^4 - (1-\tau)F(x)a(x)L(x) \quad (213)$$

ここで、 T_c : 葉面温度、 ε_c : 葉面からの射出率、 σ : Stefan-Boltzmann 定数である。格子セル内では $F(x) = F$, $a(x) = a$, $T_c(x) = T_c$ で一定と仮定すると、面 ($i-$) から入射して x 軸に沿って進む光 $L(x,y,z)$ は、式(213)を積分して次のように与えられる。

$$L(x,y,z) = (L_{i-}^{in} - H^e/k_1) \cdot \exp(-k_1 ax) + H^e/k_1 \quad (214)$$

ただし、

$$H^e = Fa\varepsilon_c \sigma T_c^4 \quad (215)$$

とおいた。式(205)より、面 ($i+$) を通過する透

過光 L'_{i+} は、

$$L'_{i+} = (L_{i-}^{in} - H^e/(k_1 a)) \cdot \exp(-k_1 a \Delta x_i) + H^e/(k_1 a) = \exp(-k_1 a \Delta x_i) L_{i-}^{in} + H^e \Delta x_i \frac{1 - \exp(-k_1 a \Delta x_i)}{k_1 a \Delta x_i} \quad (216)$$

となる。

短波放射の伝達は、葉面が良く吸収する PAR (光合成有効放射) と吸収しにくい NIR (近赤外放射) に分離して計算する。葉面の日射透過率は PAR: 0.1、NIR: 0.4、長波: 0.0 である。放射率は 0.9、葉面積密度 a は $1.5 [\text{m}^2/\text{m}^3]$ 、樹冠の存在範囲は地上 4~6m とした。

(5) 表面温度の計算

表 8 のパラメータを用いて地表面温度を計算した結果を図 11 に示す。全天日射量等の気象条件に関しては表 5 の数値を用いた。地表面状態として、建物敷地、アスファルト、草地、樹木を考え、日向、日陰の状態を想定した計算を行った。図中「樹木」とは樹冠下の表面温度を指す。樹冠下の表面温度は地面の蒸発と日射遮蔽の効果により、日中は草地より低い値を示す。夜間には樹冠が放射冷却を緩和するため、樹冠下では草地よりわずかに表面温度が高くなる。

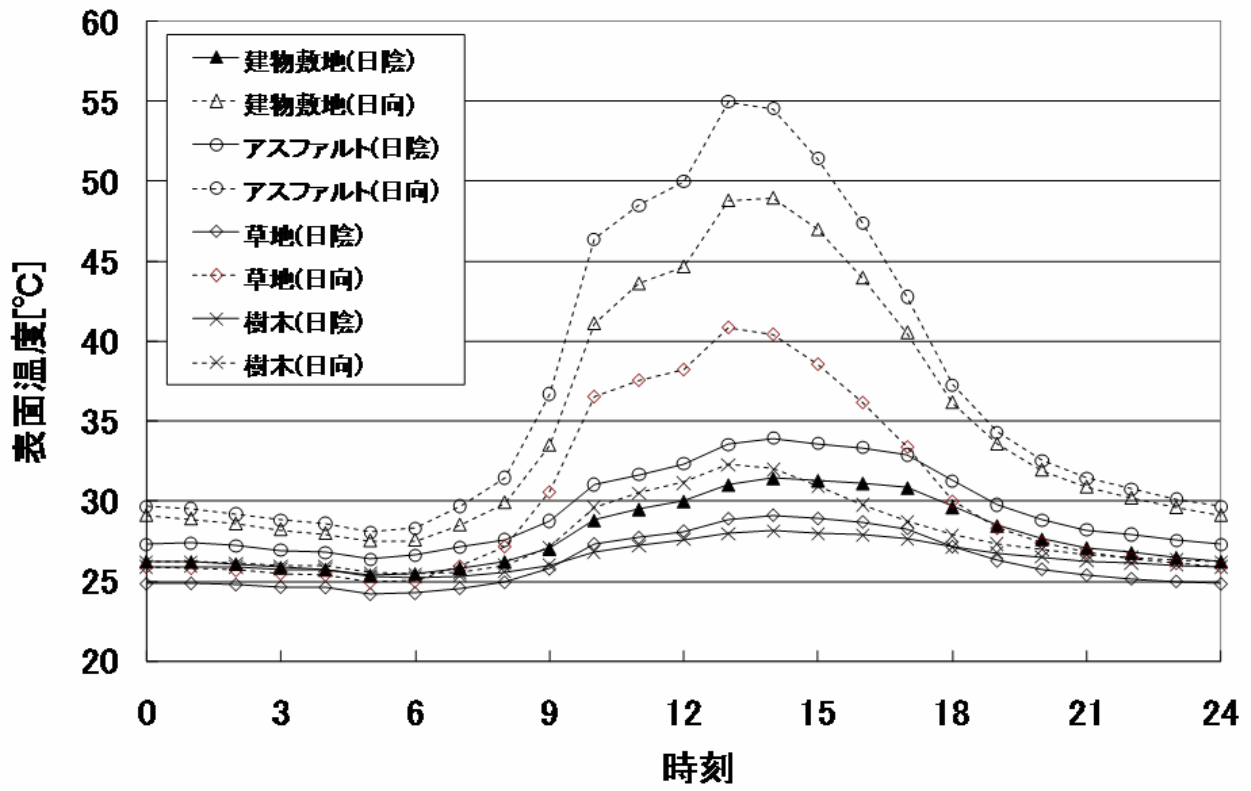


図 1 1 地表面温度の日変化 (2005 年 7 月 31 日、東京)